Calcul différentiel et intégral II

Titulaires
Mélanie BERTELSON-VOLCKAERT (Coordonnateur), Denis BONHEURE, Jean GUTT et Bruno PREMOSELLI

Mnémonique du cours
MATH-F201

Crédits ECTS
10 crédits

Langue(s) d'enseignement
Français

Période du cours
1e et 2e quadrimestre

Campus
Plaine

Contenu du cours

1. Suites et séries de fonctions

- Notions de convergence de suites et séries de fonctions (simple, absolue, uniforme, normale)
- Passage à la limite et propriétés de continuité et de dérivabilité
- Séries de puissances
- Série de Fourier associée à une fonction périodique (théorèmes de Dirichlet, de Bessel, de Parseval)

2. Intégration des fonctions numériques sur un intervalle quelconque

- Intégrales absolument convergentes, intégrales convergentes (critère d'Abel, fonctions de carré intégrable, inégalité de Cauchy-Schwarz)
- Intégrales à paramètres
- Application à la transformation de Fourier dans la classe de Schwartz (théorèmes d'inversion, de Plancherel)

3. Équations différentielles

- Généralités, notion de problème de Cauchy, réduction à l'ordre 1, formulation intégrale
- Théorème de Cauchy-Lipschitz local
- Solutions maximales et théorème de Cauchy-Lipschitz global
- Équations et systèmes différentiels linéaires (lemme de Gronwall, formule de Duhamel, exponentielle de matrice dans le cas des coefficients constants)

4. Fonctions d'une variable complexe

- Notion de dérivabilité complexe, relations de Cauchy-Riemann
- Fonctions holomorphes, théorème de Cauchy local, puis dans un ouvert convexe et théorème de représentation comme somme d'une série de puissances
- Applications : principe des zéros isolés, classification des singularités isolées, théorème de Liouville, théorème fondamental de l'algèbre, estimations de Cauchy
- Notion d'homotopie entre chemins fermés, théorème de Cauchy global
- Théorème des résidus

Objectifs (et/ou acquis d'apprentissages spécifiques)

Ce cours constitue la deuxième partie de la formation en Calcul Différentiel et Intégral, qui introduit les concepts fondamentaux de l'analyse mathématique nécessaires à la physique.

Les quatre concepts les plus importants de ce cours que l'étudiant.e aura assimilé sont

- différentes notions de convergence dans des espaces de fonctions de dimension infinie
- une notion d'intégrale généralisée (sur un intervalle qui n'est pas nécessairement fermé-borné)
- les équations différentielles, ce qu'elles modélisent et leur structure
- la dérivabilité des fonctions d'une variable complexe

Les applications vues en cours sont nombreuses et l'on retrouvera à plusieurs reprises l'analyse en fréquences via les séries de Fourier et la transformation de Fourier.

Pré-requis et co-requis

Cours pré-requis

MATH-F101 | Calcul différentiel et intégral I | 15 crédits

Cours ayant celui-ci comme pré-requis

MATH-F3001 | Théorie de la mesure | 5 crédits, MATH-F3002 | Espaces fonctionnels et analyse de Fourier | 5 crédits , MATH-F302 | Probabilités II | 5 crédits, MATH-F314 | Mathématiques pour la physique | 10 crédits et MATH-F3142 | Introduction aux équations aux dérivées partielles | 5 crédits

Cours ayant celui-ci comme co-requis

MATH-F310 | Géométrie différentielle I | 5 crédits

Méthodes d'enseignement et activités d'apprentissages

Méthode d'enseignement : présentiel au tableau.

L'enseignement se compose de cours magistraux, de séances d'exercice et de travaux personnels.

Contribution au profil d'enseignement

- Maîtriser de façon approfondie les fondements théoriques et conceptuels dans le
  domaine des sciences mathématiques.
- Mobiliser les connaissances acquises pour résoudre des problèmes relevant des sciences
  mathématiques et de leurs applications.
- Être capable , seul ou en groupe, de contribuer de façon efficace à la réalisation d'un projet
  de complexité moyenne relevant des sciences mathématiques et de leurs applications.
- Développer les attitudes définissant la posture d'un scientifique, en relation avec les
  sciences mathématiques.

Références, bibliographie et lectures recommandées

Syllabus du cours (qui comporte des références bibliographiques externes).

Support(s) de cours

Syllabus et Université virtuelle

Autres renseignements

Lieu(x) d'enseignement

Plaine

Contact(s)

Mélanie Bertelson (Melanie.Bertelson@ulb.be) et Jean Gutt (Jean.Gutt@ulb.be)

Campus Plaine, Bâtiment NO, 7ème étage

Méthode(s) d'évaluation

Examen écrit et Travail personnel

Examen écrit

Question ouverte à développement long

Méthode(s) d'évaluation (complément)

Les examens partiels de janvier et de juin seront des écrits qui comporteront des questions de théorie ainsi que des exercices à résoudre. Deux travaux personnels seront proposés chaque semestre.

Les titulaires se réservent le droit d'inviter tout étudiant.e à un entretien oral complémentaire afin de vérifier la maîtrise personnelle du contenu de l'examen remis, en particulier lorsque des incohérences constatées dans l'examen ne permettent pas au titulaire d'évaluer correctement le niveau de maîtrise des connaissances et des compétences visées par l'enseignement.

Construction de la note (en ce compris, la pondération des notes partielles)

La note finale est une note sur 20 construite comme suit. A l'issue de chaque quadrimestre, un examen est organisé qui porte sur la matière vue durant ce quadrimestre. Vous obtenez donc une note qui est augmentée d'un bonus situé entre 0 et 2 points et égal à la note pour le travail personnel du quadrimestre divisée par 10.

La note finale est la moyenne arithmétique des ces deux notes de quadrimestre, à condition que chacune d'entre elles soit au moins égale à 7/20. Si cette condition n'est pas remplie, la note finale est plafonnée à 7/20.

Si à l'issue de la première session, le cours n'est pas validé, vous devrez représenter en seconde session tout quadrimestre pour lequel vous n'avez pas obtenu au moins 10/20 en première session (en comptant le bonus). A l'issue de l'examen de seconde session, votre note finale est recalculée de la même manière qu'en première session en tenant compte des dernières notes obtenues. Les points bonus obtenus durant l'année seront ajoutés également.

Voici deux exemples qui devraient vous aider à comprendre :

- Si Bob a obtenu 8/20 à l'examen de janvier avec un bonus de 0,5 pour le Q1 et 7/20 à l'examen de juin avec un bonus de 1, sa note finale est (8 + 0,5 + 7 + 1)/2, ce qui donne 8,5 (8,25 arrondi au demi-entier le plus proche). Il est obligé, s'il veut réussir encore cette année académique-ci, de représenter les deux quadrimestres. S'il fait 7/20 au Q1 et 12/20 au Q2, sa note finale sera (7 + 0,5 + 12 + 1)/2, ce qui donne 10,5/20 et Bob a réussi!
- Si Alice obtient 14/20 pour le Q1 et 6/20 pour le Q2, sa note finale sera 7/20 (et non 10/20). Elle devra représenter le Q2. Si elle obtient 5/20 au Q2 en seconde session, sa note restera 7/20. Si elle monte à 7/20, sa note sera 10,5/20 et elle aura réussi!

En cas de doute, n'hésitez pas à demander des clarifications à vos professeurs.

Langue(s) d'évaluation principale(s)

Français

Programmes

Programmes proposant ce cours à la faculté des Sciences

BA-MATH | Bachelier en sciences mathématiques | bloc 2 et BA-PHYS | Bachelier en sciences physiques | bloc 2